7. Teszt
12. osztályos algebra

1. Ha $x * y = x\sqrt{1-y^2} + y\sqrt{1-x^2}$, $\forall x, y \in [-1,1]$, akkor az
$a = \frac{\sqrt{3}}{2} * \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4} * \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ értéke:

A. irracionális szám **B.** 1 **C.** nem egész szám **D.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$ **E.** $\frac{1}{2}$

2. Ha $x \circ y = x + y + \sqrt{5}$, $\forall x, y \in \mathbb{R}$ és
$a = \sqrt{5} \circ (-2\sqrt{5}) \circ (3\sqrt{5}) \circ (-4\sqrt{5}) \circ ... \circ (-20\sqrt{5})$, akkor:

A. $20 < a < 21$ **B.** $19 < a < 20$ **C.** $18 < a < 19$ **D.** $21 < a < 22$ **E.** $22 < a < 23$

3. Ha $x * y = xy + x + y$, $\forall x, y \in (0,1]$, akkor az $1 * \frac{1}{2} * \frac{1}{3} * ... * \frac{1}{2012}$ értéke egyenlő:

A. 2010 **B.** 2011 **C.** 2012 **D.** 2013 **E.** más válasz

4. Ha $x * y = (2x-1)(2y-1) + \frac{1}{2}$, $\forall x, y \in \mathbb{R}$, akkor az $a = \underbrace{x * x * x * ... * x}_{2012-szer}$ értéke egyenlő:

A. $2^{2010}(2x-1)^{2012} + \frac{1}{2}$ **B.** $2^{2011}(2x-1)^{2012} + \frac{1}{2}$ **C.** $2^{2012}(2x-1)^{2010} + \frac{1}{2}$

D. $2^{2012}(2x-1)^{2011} + \frac{1}{2}$ **E.** más válasz

5. Ha $x * y = \frac{x-y}{1-xy}$, $\forall x, y \in (-1,1)$, akkor a „$*$” művelet semleges eleme:

A. $e = 0$ **B.** nem létezik **C.** $e = 1$ **D.** $e = -1$ **E.** $e = \frac{1}{2}$

6. Ha $M=[6,7]$, $*:M\times M\to M$ *és* $x*y=xy-6x-6y+\alpha$, akkor az $\alpha\in\mathbb{Z}$ értéke amelyre a „$*$” művelet belső művelet:

A. $\alpha=42$ **B.** $\alpha=36$ **C.** $\alpha=-36$ **D.** $\alpha=6$ **E.** $\alpha=-6$

7. Ha $x*y=xy-2x-2y+\lambda,\ \forall x,y\in\mathbb{R}$, a „$*$” művelet akkor és csakis akkor asszociatív, ha:

A. $\lambda=1$ **B.** $\lambda=2$ **C.** $\lambda=-1$ **D.** $\lambda=-3$ **E.** $\lambda=6$

8. Ha $x*y=xy-2x-2y+\lambda,\ \forall x,y\in\mathbb{R}$, az $M=(2,\infty)$ halmaz akkor és csakis akkor stabil részhalmaza az $\mathbb{R}$ -nek a „$*$” műveletre nézve, ha:

A. $\lambda=2$ **B.** $\lambda=3$ **C.** $\lambda<3$ **D.** $\lambda\geq 6$ **E.** $\lambda=5$

9. Ha $x*y=xy-2x-2y+\lambda,\ \forall x,y\in\mathbb{R}$, a „$*$” műveletnek akkor és csakis akkor van semleges eleme, ha:

A. $\lambda=4$ **B.** $\lambda=6$ **C.** $\lambda=-6$ **D.** $\lambda=2$ **E.** $\lambda=-3$

10. Ha $x*y=xy-ax-by,\ \forall x,y\in\mathbb{R}$, akkor azon $a,b\in\mathbb{R}$ számok értéke amelyekre $(\mathbb{R},*)$ monoid, egyenlő:

A. $a=b\neq 0$ **B.** $a=0,b=1$ **C.** $a=b=0$ vagy $a=b=-1$

D. $a=-1,b=0$ **E.** nincsenek ilyen számok

11. Ha $x*y=\sqrt[n]{x^n+y^n},\ \forall x,y\in\mathbb{R},\ n\in\mathbb{N}^*$, az $(\mathbb{R},*)$ akkor és csakis akkor csoport, ha:

A. $n=1$ **B.** $n=2$ **C.** $n=2k,\ k\in\mathbb{N}^*$

D. $n=2k+1,\ k\in\mathbb{N}^*$ **E.** $n\geq 2$

12. Ha $x*y=x+y-2,\ x\circ y=x+y-5,\ \forall x,y\in\mathbb{R}$ és $f:(\mathbb{R},*)\to(\mathbb{R},\circ)$, $f(x)=ax+1$ izomorfizmus az $(\mathbb{R},*)$ és $(\mathbb{R},\circ)$ csoportok között, ha:

A. $a=0$ **B.** $a=1$ **C.** $a=2$ **D.** $a=3$ **E.** $a=4$

13. A $\begin{cases}\hat{3}x+\hat{2}y=\hat{4}\\ \hat{2}x+\hat{3}y=\hat{1}\end{cases}$ egyenletrendszer $(x,y)\in\mathbb{Z}_5\times\mathbb{Z}_5$ megoldásainak a száma egyenlő:

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4 **E.** 5

14. A $(\mathbb{Z}_5,+,\cdot)$ testben tekintsük az $f = X^3 + aX + \hat{3} \in \mathbb{Z}_5[X]$ polinomot, ahol $a \in \mathbb{Z}_5$. Az a azon értéke amelyre a polinomnak van két különböző gyöke, egyenlő:

A. $\hat{0}$ **B.** $\hat{1}$ **C.** $\hat{2}$ **D.** $\hat{3}$ **E.** $\hat{4}$

15. Az X^{99} tag együtthatója az $(X-1)(X-2)(X-3)...(X-99)(X-100)$ polinom kifejtésében egyenlő:

A. –4950 **B.** –5050 **C.** 99 **D.** –100 **E.** 3450

16. Az $f = (X^2 + X - 1)^n - X$ polinom akkor és csakis akkor osztható az $X^2 - 1$ polinommal, ha:

A. $n = 2k,\ k \in \mathbb{N}^*$ **B.** $n = 3k,\ k \in \mathbb{N}^*$ **C.** $n = 2k - 1,\ k \in \mathbb{N}^*$

D. $n = 3k + 1,\ k \in \mathbb{N}^*$ **E.** $n = 3k + 2,\ k \in \mathbb{N}^*$

17. Az $x^3 - 3x^2 + 2x - a = 0$ egyenletnek a gyökei akkor és csakis akkor vannak számtani haladványban, ha:

A. $a = 0$ **B.** $a \in \{0,1\}$ **C.** $a \in \{-1,1\}$

D. $a \in \{0,-1\}$ **E.** $a \in \{-1,0,1\}$

18. Az $x^3 - 3x^2 + 2x - a = 0$ egyenletnek akkor és csakis akkor van kétszeres racionális gyöke, ha:

A. $a = 0$ **B.** $a \in \{0,1\}$ **C.** $a \in \{-1,1\}$

D. $a \in \{0,-1\}$ **E.** nincs ilyen *a* érték

19. Az $x^3 - 3x^2 + 2x - a = 0$ egyenletnek mindhárom gyöke akkor és csakis akkor természetes szám, ha:

A. $a = 0$ **B.** $a \in \{0,1\}$ **C.** $a \in \{-1,1\}$ **D.** $a = 3$ **E.** más válasz

20. Ha x_1, x_2, x_3 az $x^3 - 2x^2 + 2x + 6 = 0$ egyenlet gyökei, akkor a $\Delta = \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ x_2 & x_3 & x_1 \\ x_3 & x_1 & x_2 \end{vmatrix}$ determináns értéke egyenlő:

A. 6 **B.** 4 **C.** 2 **D.** 0 **E.** –6

21. A $\begin{cases} \hat{3}x+\hat{2}y=\hat{4} \\ \hat{2}x+\hat{3}y=\hat{1} \end{cases}$ egyenletrendszer $(x,y)\in\mathbb{Z}_6\times\mathbb{Z}_6$ megoldásainak a száma egyenlő:

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4 **E.** 6

22. A $(0,\infty)$ intervallumon értelmezzük az $x\circ y=\dfrac{4(x+y)}{4+xy}$ műveletet. Akkor az $a=\dfrac{1}{4}\circ\dfrac{2}{4}\circ\dfrac{3}{4}\circ\ldots\circ\dfrac{9}{4}$ műveletsor eredménye egyenlő

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4 **E.** más válasz

23. A $4x=12$ egyenlet gyökeinek a száma a $(\mathbb{Z}_{128},+,\cdot)$ gyűrűben:

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3 **E.** 4

24. Hány olyan elem van a $(\mathbb{Z}_{48},+)$ csoportban, amelynek a rendje 12?

A. 1 **B.** 2 **C.** 4 **D.** 8 **E.** 12

25. Legyen $(G,\cdot)$ egy 14 elemű csoport. Akkor az $\{x^{14}\,|\,x\in G\}$ halmaz elemeinek a száma:

A. 1 **B.** 2 **C.** 7 **D.** 14 **E.** más válasz