5. Teszt
11. osztályos algebra

1. Ha $\sigma=\begin{pmatrix}1&2&3&4&5\\2&3&4&5&1\end{pmatrix}\in S_5$ és $A=\left\{\sigma^n \middle| n\in\mathbb{N}^*\right\}$, akkor az A halmaz elemeinek a száma egyenlő:

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4 **E.** 5

2. Ha $\tau=\begin{pmatrix}1&2&3&4&\dots&1006&1007&1008&1009&\dots&2012\\2&4&6&8&\dots&2012&1&3&5&\dots&2011\end{pmatrix}$, akkor a permutáció inverzióinak a száma egyenlő:

A. $\frac{1006\cdot 1007}{2}$ **B.** $\frac{2011\cdot 2012}{2}$ **C.** $\frac{2010\cdot 2011}{2}$

D. $\frac{1007\cdot 1008}{2}$ **E.** más válasz

3. Ha $A,B\in M_2(\mathbb{R})$ és $[A,B]=AB-BA$, akkor az $S=[A,[B,C]]+[B,[C,A]]+[C,[A,B]]$ összeg értéke egyenlő:

A. ABC **B.** O_2 **C.** I_2 **D.** BCA **E.** CAB

4. Ha $M=\left\{\begin{pmatrix}x&3y\\y&x\end{pmatrix}\middle| x,y\in\mathbb{Z}\right\}$ és $A=\begin{pmatrix}2&3\\1&2\end{pmatrix}$ akkor $A^n\in M$ csak akkor igaz, ha:

A. $n=1$ **B.** egyetlen n értékre **C.** két n értékre **D.** $\forall n\in\mathbb{N}$ **E.** $n\in\varnothing$

5. Ha $a,b\in\mathbb{R}$ és $A=\begin{pmatrix}a&-b\\b&a\end{pmatrix}\in M_2(\mathbb{R})$, az $A^n=I_2$ akkor és csakis akkor igaz, ha:

A. $n=0$ **B.** nincs ilyen $n\in\mathbb{N}^*$ **C.** ha $n\,\vdots\,4$

D. $n=0$ és $n=3$ **E.** $\forall n\in\mathbb{N}$

6. Ha $A=\begin{pmatrix}2&2\\-1&-1\end{pmatrix}\in M_2(\mathbb{R})$ és $G=\left\{X(a)=I_2+aA \middle| a\in\mathbb{R}\setminus\{-1\}\right\}$, akkor minden $a,b\in\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ esetén az $X(a)X(b)$ szorzat egyenlő:

A. $X(a+b)$ **B.** $X(ab)$ **C.** $X(ab+a+b)$

D. $X\left(ab(a+b)\right)$ **E.** más válasz

7. Ha $A=\begin{pmatrix}0&-1\\1&0\end{pmatrix}\in M_2(\mathbb{R})$ és $X\in M_2(\mathbb{R})$ úgy, hogy $AX=XA$, akkor létezik olyan $a,b\in\mathbb{R}$ amelyre X egyenlő:

A. $\begin{pmatrix}a&-b\\b&a\end{pmatrix}$ **B.** $\begin{pmatrix}a&-b\\-b&a\end{pmatrix}$ **C.** $\begin{pmatrix}a&b\\b&-a\end{pmatrix}$ **D.** $\begin{pmatrix}-a&b\\b&a\end{pmatrix}$ **E.** $\begin{pmatrix}a&-b\\b&-a\end{pmatrix}$

8. Ha $A=\begin{pmatrix}1&1\\0&1\end{pmatrix}\in M_2(\mathbb{R})$ és $B=\begin{pmatrix}x&y\\0&5\end{pmatrix}\in M_2(\mathbb{R})$ akkor $AB=BA$ csakis akkor, ha:

A. $x=0,\ y=0$ **B.** $x=5,\ y=5$ **C.** $x,y\in\varnothing$

D. $x=5, y\in\mathbb{R}$ **E.** $x\in\mathbb{R}, y=5$

9. Ha $M=\left\{M_{a,b}\,\middle|\,M_{a,b}=\begin{pmatrix}1 & a & b\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix} \text{ és } a,b\in\mathbb{R}\right\}\subset M_3(\mathbb{R})$, akkor a $P=M_{a,b}\cdot M_{c,d}$ szorzat egyenlő:

A. $M_{a+c,b+d}$ **B.** $M_{a-c,b-d}$ **C.** $M_{ac,bd}$ **D.** $M_{a+b,c+d}$ **E.** $M_{a+d,b+c}$

10. Ha $A=\begin{pmatrix}1 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 0\end{pmatrix}\in M_2(\mathbb{R})$ és $n\in\mathbb{N}\setminus\{0,1,2\}$, akkor a $B=A^n-A^{n-2}$ mátrix egyenlő:

A. $A+I_3$ **B.** $A-I_3$ **C.** A^2+I_3 **D.** A^2-I_3 **E.** I_3

11. Ha $A=\begin{pmatrix}a & b\\ c & -a\end{pmatrix}\in M_2(\mathbb{R})$ és $n\in\mathbb{N}^*$, akkor:

A. $A^n=\left(a^2+bc\right)I_2$ **B.** $A^n=\left(a^2+bc\right)^n I_2$ **C.** $A^{2n}=\left(a^2+bc\right)^n I_2$

D. $A^{2n+1}=\left(a^2+bc\right)^n I_2$ **E.** $A^{2n}=\left(a^2+bc\right)A$

12. Ha $A=\begin{pmatrix}\cos\frac{\pi}{n} & -\sin\frac{\pi}{n}\\ \sin\frac{\pi}{n} & \cos\frac{\pi}{n}\end{pmatrix}$ és $n\in\mathbb{N}^*\setminus\{-1\}$, akkor az $M=\left\{A^k\,\middle|\,k\in\mathbb{N}^*\right\}$ halmaz elemeinek a száma:

A. 1 **B.** 2 **C.** $2n$ **D.** n **E.** végtelen

13. Ha $\Delta=\begin{vmatrix}1 & a & a+b\\ 1 & a^2 & a^2+b^2\\ 1 & a^3 & a^3+b^3\end{vmatrix}$, $b\in\mathbb{R}^*\setminus\{1\}$ akkor az $a\in\mathbb{R}$ különböző érték ek száma amelyre $\Delta=0$, egyenlő:

A. 4 **B.** 3 **C.** 2 **D.** 1 **E.** 0

14. Ha $a,b,c\in\mathbb{R}$, $a+b+c\neq 0$ és $\Delta(a,b,c)=\begin{vmatrix}a & b & c\\ c & a & b\\ b & c & a\end{vmatrix}$, akkor az $(a+b+c)\Delta(a,b,c)$ értéke:

A. pozitív vagy nulla **B.** mindig negatív **C.** mindig pozitív

D. negatív vagy nulla **E.** mindig nulla

15. Ha $a,b\in\mathbb{R}$ és $\Delta=\begin{vmatrix}a^2 & ab & b^2\\ b^2 & a^2 & ab\\ ab & b^2 & a^2\end{vmatrix}$, akkor minden esetben:

A. $\Delta>0$ **B.** $\Delta\geq 0$ **C.** $\Delta<0$ **D.** $\Delta\leq 0$ **E.** $\Delta=0$

16. Az $U(a,b)=\begin{pmatrix}a & b & b & b\\ b & a & b & b\\ b & b & a & b\\ b & b & b & a\end{pmatrix}$ mátrix akkor és csakis akkor szinguláris, ha:

A. $a=b$ **B** $a\neq -3b$ **C.** $(a-b)(3b+a)=0$

D. $a+3b=0$ **E.** más válasz

A. $\Delta = 0$ **B.** $\Delta < 0$ **C.** $\Delta > 0$ **D.** $\Delta \geq 0$ **E.** $\Delta \leq 0$

17. Ha $m \in \mathbb{R}$, az $\begin{cases} x + 2y = 1 \\ 6x - 8y = 1 \\ 5x + 2y = m \end{cases}$ egyenletrendszer akkor és csakis akkor kompatibilis, ha:

A. $m = 0$ **B.** $m = 1$ **C.** $m = 2$ **D.** $m = 3$ **E.** $m = 4$

18. Az $\begin{cases} x + 2y - z = 8 \\ 2x - 4y - 2z = 16 \\ ax - 2y + z = 4 \end{cases}$ egyenletrendszer akkor és csakis akkor inkompatibilis, ha:

A. $a = 1$ **B.** $a = 0$ **C.** $a = -1$ **D.** $a \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ **E.** $a \in \{1, 2\}$

19. Az $m \in \mathbb{R}$ értéke amelyre az $\begin{cases} mx + y + z = 1 \\ x + 2my + z = 1 \\ x + y + z = 0 \end{cases}$ egyenletrendszer kompatibilis és $x + y \geq z$, egyenlő:

A. $(-\infty, 1]$ **B.** $[-1, +\infty)$ **C.** $\left(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}\right] \cup (1, +\infty)$ **D.** $(0,1)$ **E.** $(-1,1)$

20. Ha S_m az $\begin{cases} x - y + z = 1 \\ x + y + z = 3 \\ mx + y + z = 3m \end{cases}$ és $m \in \mathbb{R}$ egyenletrendszer megoldásainak a halmaza, akkor a $\min\left\{x^2 + y^2 + z^2 \mid (x, y, z) \in S_1\right\}$ értéke egyenlő:

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** -1 **E.** -2

21. A $d_1 : x + y - 1 = 0,\ d_2 : -tx - y + t = 0,\ d_3 : 3x - ty - 3 = 0$ különböző egyenesek akkor összefutók, ha tudjuk, hogy

A. t= 1 **B.** t= -3 **C.** $t \in \{1, -3\}$ **D.** $t \in \mathbb{R}$ **E.** $\mathbb{R} \setminus \{1, -3\}$

22. Az $A(-1, \lambda),\ B(0, \lambda),\ C(-1, 2)$ különböző pontok pontosan akkor kollineárisak, ha

A. $\lambda \in \emptyset$ **B.** $\lambda = 1$ **C.** $\lambda = 2$ **D.** $\lambda = 3$ **E.** $\lambda = 4$

23. Minden $a,\ b,\ c,\ d$ páronként különböző valós szám esetén, a $\Delta = \begin{vmatrix} a^2 + b^2 & ac + bd \\ ac + bd & c^2 + d^2 \end{vmatrix}$ determináns értékéről állítható, hogy

24. Ha $a_1,\ a_2,\ a_3, \ldots, a_9$ számtani sorozatban vannak, akkor a $\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ a_4 & a_5 & a_6 \\ a_7 & a_8 & a_9 \end{vmatrix}$ determináns értékéről mindig állítható, hogy

A. $\Delta = 0$ **B.** $\Delta < 0$ **C.** $\Delta > 0$ **D.** $\Delta \geq 0$ **E.** $\Delta \leq 0$

25. Az $X^2 = \begin{pmatrix} 3 & 8 \\ 4 & 11 \end{pmatrix}$ mátrixegyenlet összes $X \in \mathrm{M}_2(\mathbb{Z})$ megoldása

A. $\Delta = 0$ **B.** $\Delta < 0$ **C.** $\Delta > 0$ **D.** $\Delta \geq 0$ **E.** $\Delta \leq 0$

A. $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ **B.** $\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ **C.** $\pm \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ **D.** $\pm \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$ **E.** $\pm$
$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$